



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ  
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

федеральное государственное  
бюджетное научное учреждение

---

# Математическая грамотность: ключевые понятия и структура оценки

---

Л.О. Рослова, кандидат педагогических наук, заведующий лабораторией  
математического общего образования Института стратегии развития  
образования, главный редактор журнала «Математика»

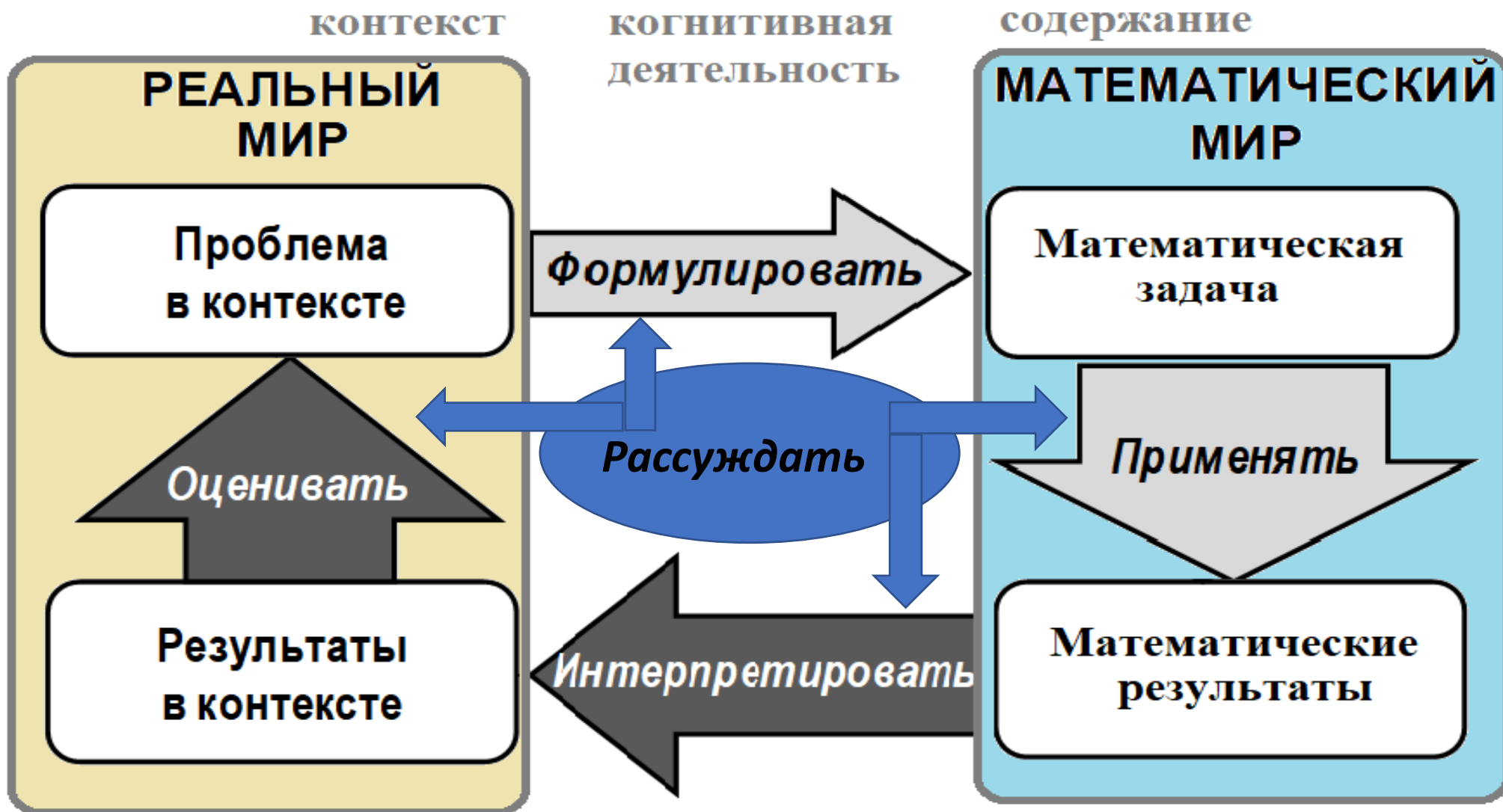
---



# Что такое «математическая грамотность»

Определение PISA	ФГОС
<p><b>«Математическая грамотность</b> – это <i>способность</i> индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.</p>	<p><b>Метапредметный результат</b></p>
<p>Она включает использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления.</p>	<p><b>Предметный результат</b></p>
<p>Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину.»</p>	<p><b>Личностный результат</b></p>

# Механизм оценки функциональной грамотности



# Структура оценки математической грамотности

---

- **Контекст**, в котором представлена проблема:

*Личная жизнь; Образование/профессиональная деятельность;  
Общественная жизнь; Научная деятельность*

- **Математическое содержание**, которое используется в тестовых заданиях (предметное ядро функциональной грамотности):

*Изменение и зависимости; Пространство и формы; Неопределенность и данные; Количество*

- **Когнитивные процессы** (составляющие интеллектуальной деятельности), которые описывают деятельность ученика:

*Формулировать ситуацию математически; Применять математические понятия, факты, процедуры; Интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты; Рассуждать*

# Когнитивные процессы

- **Формулировать ситуации математически** - способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, а затем трансформировать проблему, представленную в контексте реального мира, в математическую структуру
- **Применять математику** - способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для решения математически сформулированной проблемы и получения математических выводов
- **Интерпретировать/оценивать результаты** - способность размышлять над математическим решением, результатами или выводами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы
- **Рассуждать** – способность делать логические заключения, а также рассуждать над тем, как сформулировать ситуацию математически, как применить предметные навыки, как интерпретировать результат

# Ядро математической грамотности

---

**Ядро** математической грамотности - связь между математическими рассуждениями и решением поставленной проблемы.

Для решения проблемы учащийся сначала должен **увидеть математическую природу проблемы**, представленной в контексте реального мира, **и сформулировать ее на языке математики**.

**Акцент** - математические **рассуждения**.

# Динамика результатов РФ



# Уровни математической грамотности

- 
- 6 уровень:** *исследование и моделирование сложных проблем*, нетипичные контексты, разные источники, различные формы, новые стратегии, рассуждения, интуиция, выводы и аргументация в письменной форме, рефлексия.
- 5 уровень:** *сложные проблемы, модели, распознавание ограничений, установление допущений*, различные стратегии решения, связанные формы информации, использование формального языка, выводы и размышления, начала рефлексии.
- 4 уровень:** *четко определенные модели, сложная, но конкретная ситуация, понимание ограничений*, рассуждения и ограниченная интуиция в простых ситуациях, интеграция информации из различных форм, своя интерпретация, объяснения и аргументы.
- 3 уровень:** *простые модели*, четко описанные процедуры, простые методы, различные источники, прямые рассуждения, элементарная интерпретация, предметные навыки – рациональные числа.
- 2 уровень:** единственный источник, единственная форма представления, стандартные алгоритмы, формулы, действия, методы, прямой вывод, интерпретация полученного результата, предметные навыки – натуральные числа.
- 1 уровень:** знакомые контексты, вся необходимая информация и вопросы в явном виде, прямые указания, стандартные процедуры, очевидные действия.





# Тренировочная диагностика

---

- Комплексное задание «**Инфузия**»
  - 4 задания (функциональная зависимость, формула, перевод величин)
- Комплексное задание «**Многоярусный торт**»
  - 4 задания (длина окружности, площадь круга, проценты, пропорциональность)

Всего: 2 сюжета - 8 заданий

Время выполнения: 40 минут

**На платформе РЭШ:** Математическая грамотность. Диагностическая работа (2021), вариант 2/ / 8 класс



# Особенности тренировочной диагностики

---

## **Области содержания:**

Изменения и зависимости, Количество, Пространство и формы

**Когнитивные умения:** все четыре

**Сложность:** от низкой до высокой

## **Типы заданий:**

- с выбором ответа
- с комплексным множественным выбором
- с кратким ответом (в виде цифр)
- с кратким и развернутым ответом

**Экспертная проверка – 3 задания**



# Диагностики и задания на skiv

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
**ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»

Главная Банк заданий Конференции, семинары, форумы

- Читательская грамотность
- Математическая грамотность
- Естественно-научная грамотность
- Глобальные компетенции
- Финансовая грамотность
- Креативное мышление

### Математическая грамотность

**7 класс 2022**

[Список заданий](#)

Задания	Характеристики заданий
<a href="#">01 Анализ продаж текст</a>	<a href="#">01 Анализ продаж крит</a>
<a href="#">02 Коробки на поддоне текст</a>	<a href="#">02 Коробки на поддоне</a>
<a href="#">03 Наборы к чаю текст</a>	<a href="#">03 Наборы к чаю крите</a>
<a href="#">04 Продажи по регионам текст</a>	<a href="#">04 Продажи по региона</a>
<a href="#">05 Средство для стирки белья текст</a>	<a href="#">05 Средство для стирки</a>
<a href="#">06 Финальные матчи текст</a>	<a href="#">06 Финальные матчи к</a>

**Диагностические материалы**

<a href="#">Спецификация диагностической работы</a>	
<a href="#">Диагностическая работа. 2022. Вариант 1</a>	<a href="#">Характеристики заданий варианту 1</a>
<a href="#">Диагностическая работа. 2022. Вариант 2</a>	<a href="#">Характеристики заданий варианту 2</a>

**8 класс 2022**

[Список заданий](#)

Задания	Характеристики заданий и система оценивания
<a href="#">01 Дебетовая карта с кешбэком текст</a>	<a href="#">01 Дебетовая карта с кешбэком критерии</a>
<a href="#">02 Баннер текст</a>	<a href="#">02 Баннер критерии</a>
<a href="#">03 Вилочный погрузчик текст</a>	<a href="#">03 Вилочный погрузчик критерии</a>
<a href="#">04 Колл-центр текст</a>	<a href="#">04 Колл-центр критерии</a>
<a href="#">05 Крутизна склона текст</a>	<a href="#">05 Крутизна склона критерии</a>
<a href="#">06 Покупка досок текст</a>	<a href="#">06 Покупка досок критерии</a>
<a href="#">07 Рекламная статистика текст</a>	<a href="#">07 Рекламная статистика критерии</a>

**Диагностические материалы**

<a href="#">Спецификация диагностической работы</a>	
<a href="#">Диагностическая работа. 2022. Вариант 1</a>	<a href="#">Характеристики заданий и система оценивания к варианту 1</a>
<a href="#">Диагностическая работа. 2022. Вариант 2</a>	<a href="#">Характеристики заданий и система оценивания к варианту 2</a>



# Диагностические работы на skiv. 8 класс

**Крупногабаритный товар**  
Задание 1 / 4

Прочитайте текст «Крупногабаритный товар», расположенный справа. Запишите свой ответ на вопрос в виде чисел.

Приведите пример размера (длина x ширина x высота) индивидуальной упаковки товара, который **не** примет на склад.

Запишите свой ответ в виде чисел.

Размер в индивидуальной упаковке:

□ x □ x □ см

**КРУПНОГАБАРИТНЫЙ ТОВАР**

Ирина работает первый день на складе, где продавцы хранят свои товары. Её задача – изучить правила приёма товара на склад и вычисления платы, взимаемой за его хранение.

Товары, принимаемые на склад, делят на две категории в зависимости от их размера и веса в индивидуальной упаковке: базовый товар (БТ) и крупногабаритный товар (КГТ). Размер индивидуальной упаковки в форме параллелепипеда определяется тремя измерениями: длиной, шириной и высотой.

Максимальные размеры товарной единицы в индивидуальной упаковке, при которых она будет относиться **к базовому товару**:

- не более 50 см по каждой из сторон,
- сумма трёх измерений не более 90 см,
- вес не более 5 кг.

Если размеры или вес упаковки с товаром превышают эти допустимые значения, он может быть отнесён к крупногабаритным товарам.

Пример размеров, удовлетворяющих условиям БТ и КГТ:

Для крупногабаритного товара тоже предусмотрены максимальные размеры:

Вариант 1

**Продажи на маркетплейсе**  
Задание 1 / 4

Прочитайте текст «Продажи на маркетплейсе», расположенный справа. Запишите свой ответ на вопрос в виде числа. Вы можете воспользоваться **Калькулятором**, расположенным выше.

Какое вознаграждение полагается Маркетплейсу за продажу одного банга?

Запишите свой ответ в виде числа. Ответ округлите до целого.

□ руб.

**ПРОДАЖИ НА МАРКЕТПЛЕЙСЕ**

Продавец платит Маркетплейсу комиссию с каждой проданной единицы товара, а также оплачивает доставку каждой единицы товара до покупателя.

Вознаграждение Маркетплейса, которое он оставляет себе за каждую единицу проданного им товара, рассчитывается по формуле:

$$ВМ = Ц \cdot К + Л,$$

где

- ВМ – вознаграждение Маркетплейса за единицу проданного товара (в рублях);
- Ц – цена за единицу товара, указанная продавцом, включая предоставленные продавцом скидки, (в рублях);
- К – комиссия Маркетплейса, которая зависит от вида товара, (в процентах, выраженных десятичной дробью);
- Л – логистические издержки, понесённые Маркетплейсом при доставке товара до покупателя, (в рублях).

Информация о некоторых товарах Маркетплейса представлена в таблице.

Товар	Цена за единицу товара, руб.	Комиссия, %	Логистика, руб.
Плед		12	150
Банг	474	15	66
Кроссовки		15	78
Носки	516	15	54
Перчатки	1100	10	66

**Начинающий кондитер**  
Задание 1 / 5

Прочитайте текст «Начинающий кондитер», расположенный справа. Для ответа на вопрос отметьте нужные варианты ответа. Вы можете воспользоваться **калькулятором**, расположенным выше.

Среди данных ниже утверждений выберите все НЕВЕРНЫЕ. (Все сравнения из расчёта на 1 кг торта.)

Отметьте **все** верные варианты ответа.

Цена торта «Медовик» больше цены торта «Каравай» на 25%.

Полное покрытие ягодами вдвое дороже полумесяца из ягод.

Для торта «Медовик» с покрытием «Ягодный венок» цена покрытия составляет 0,4 общей цены.

Средняя стоимость торта без украшения у Тони составляет 1150 рублей.

Цена полного покрытия ягодами не превышает половины цены любого торта.

**НАЧИНАЮЩИЙ КОНДИТЕР**

Стоимость обучающего онлайн-курса «Начинающий кондитер» – 5000 рублей.

Для того чтобы начать работу кондитера на дому, необходимо купить специальное оборудование, стоимость которого составляет 7000 рублей.

Тоня прошла онлайн-курс, купила оборудование и начала готовить дома торты на продажу.

Для своих тортов она установила следующий прайс-лист:

**Торты**  
Цена за 1 кг

- «Малиновый» - 1500 руб.
- «Чизкейк» - 1300 руб.
- «Медовик» - 1000 руб.
- «Каравай» - 800 руб.

**Украшение тортов**  
Цена из расчёта на 1 кг торта

- Полумесяц из ягод - 300 руб.
- Ягодный венок - 400 руб.
- Полное покрытие ягодами - 600 руб.

**Самосвал**  
Задание 1 / 3

Прочитайте текст «Самосвал», расположенный справа. Для ответа на вопрос отметьте нужный вариант ответа.

Первый вопрос, на который должен ответить Вадим: сможет ли самосвал въехать на участок через ворота? Вездные ворота на участок имеют высоту 3,3 м и ширину 3 м.

Выберите ответ на первый вопрос и обоснование ответа.

Отметьте **один** верный вариант ответа.

**САМОСВАЛ**

Семье Воробьёвых для теплицы на приусадебном участке необходимо завезти плодородный грунт.

Грунт доставляют самосвалами ГАЗ, у которых предусмотрены два способа выгрузки: через задний борт и через боковой борт кузова.

На участке Воробьёвых есть ограничения по высоте и по ширине проезда. Необходимо выяснить, сможет ли самосвал въехать на участок и произвести разгрузку. Семья поручила Вадиму ответить на эти вопросы.

Вадим Воробьёв узнал, самосвалами какой марки доставляют грунт на их участок, и нашёл чертёж с информацией об основных размерах (в мм) самосвала.

**ЧЕРТЁЖ САМОСВАЛА**  
Все размеры даны в мм.

Выбор	Ответ	Обоснование (величины даны в мм)
<input type="radio"/>	Нет, не сможет	6435 > 3300
<input type="radio"/>	Да, сможет	2350 < 3300
<input type="radio"/>	Да, сможет	2700 < 3000
<input type="radio"/>	Да, сможет	2350 < 3300 и 2700 < 3000

Вариант 2



# Задача ближайшего месяца

---

Задача:

- 1) мотивировать, настроить, вселить уверенность;
- 2) актуализировать опыт выполнения заданий.

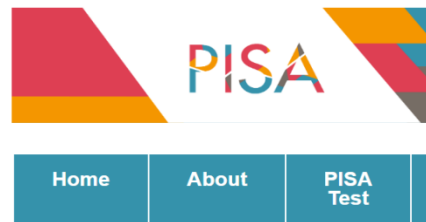
Для актуализации можно брать:

- диагностики из 7 и 8 классов;
- «весенние» диагностики;
- отдельные комплексные задания из 7 и 8 классов (например, в качестве дополнительных заданий для домашней работы).
- Обязательные условия: обсуждать и рассуждать.

# Задания исследования PISA

- Портал исследования PISA – PISA test: <https://www.oecd.org/pisa/test/other-languages/>

- ФИОКО – <https://fioco.ru/pisa>



## Международные исследования




- ИСРО Центр оценки качества образования [http://centeroko.ru/pisa18/pisa2018\\_pub.html](http://centeroko.ru/pisa18/pisa2018_pub.html)

- ИСРО Банк заданий по функциональной грамотности <http://skiv.instrao.ru/bank-zadaniy/>

- Российская электронная школа (РЭШ) – банк заданий <https://fg.resh.edu.ru/>

**PISA (Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся)**

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ  
РЕЗУЛЬТАТЫ  
ПУБЛИКАЦИИ  
ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ  
ЗАДАТЬ ВОПРОС



Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся PISA (Programme for International Student Assessment) – это международное сопоставительное исследование качества образования, в рамках которого оцениваются знания и навыки учащихся школ в возрасте 15 лет. Проводится под эгидой Организации экономического сотрудничества и развития (ОЭСР). Национальным центром проведения исследования PISA в Российской Федерации является ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования».

